Continuité d'une fonction

Chapitre 4

I. Continuité de la fonction en a

f <u>n'est pas continue</u> en a signifie que

$$\exists\, e > 0, \forall\, h \in \mathbb{R}_+^*, \exists\, x \in]a-h\,; a+h[\cap D_f$$
$$|f(x) - f(a)| > e$$

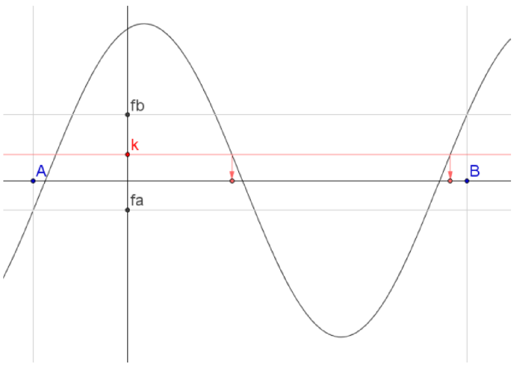
f <u>est continue</u> en a signifie que

$$\forall\, e > 0, \exists\, h \in \mathbb{R}_+^*, \forall\, x \in]a-h\,; a+h[\cap D_f$$
$$|f(x) - f(a)| \leq e$$

II. Propriétés

- Toute fonction dérivable en a est continue en a.
- La somme ou le produit de fonctions continues en a est une fonction continue en a.

III. Théorème des valeurs intermédiaires



Soit f une fonction continue sur un intervalle I, et soit a et b 2 réels de I,

$$\forall\, k \in]f(a)\,; f(b)[, \exists\, c \in]a\,; b[\ \ t.q. f(c) = k$$

IV. Théorème des bijections

Soit f une fonction définie, continue et strictement monotone sur un intervalle I, et soit $(a, b) \in I^2$,
$\forall\, k \in [f(a), f(b)], \exists!\, c \in [a, b]\ \ t.q.\ f(c) = k$