Probabilités

Chapitre 7

I. Paramètres associés

Espérance mathématique : $\bar{x} = \boxed{E(X) = \sum_{i=1}^{n} x_i p_i}$

Variance : $\boxed{V(X) = \sum_{i=1}^{n} p_i (x_i - \bar{x})^2} = E(X^2) - E(X)^2$

Écart-type : $\boxed{\sigma = \sqrt{V}}$

II. Probabilité conditionnelle

$$\boxed{p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B)}$$

$$\boxed{p_A(B) = \frac{p(A \cap B)}{p(A)}}$$

$p_A(A) = 1$
$p_A(\bar{B}) = 1 - p_A(B)$
$p_A(B) = 0 \Leftrightarrow$ A et B incompatibles
$p(A \cap B) = p_A(B)p(A) = p_B(A)p(B)$

III. Indépendance

A et B indépendants $\Leftrightarrow \mathrm{p_A(B) = p(B)} \Leftrightarrow \boxed{\mathrm{p(A \cap B) = p(A)p(B)}}$

Si A et B indépendants, alors, les évenement suivant le sont aussi : $\bar{\mathrm{A}}$ et $\bar{\mathrm{B}}$, $\bar{\mathrm{A}}$ et B, A et $\bar{\mathrm{B}}$

IV. Dénombrement

1. Combinaison

C'est le nombre de **parties (non ordonnés)** à *p* éléments dans un ensemble à *n* éléments.

$$\boxed{\binom{n}{p} = \frac{n!}{p!\,(n-p)!}} \binom{n}{p} = \binom{n}{n-p} \qquad \binom{n+1}{p+1} = \binom{n}{p} + \binom{n}{p+1}$$

$$(a+b)^n = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} a^{n-k} b^k$$

2. Arrangement

C'est le nombre de **listes ordonnées** à *p* éléments dans un ensemble à *n* éléments.

$$\boxed{A_n^p = \frac{n!}{(n-p)!}}$$

V. Lois de probabilité

1. Loi de Bernoulli

Une épreuve de Bernoulli est une épreuve aléatoire ayant exactement deux issues.

$$\boxed{E(X) = p} \qquad \boxed{V(X) = p(1-p)}$$

2. Loi binomiale

Il s'agit de la répétition n fois et de façon indépendante les unes des autres la même épreuve de Bernoulli. X représente le nombre de succès parmi les n essais.

$$\boxed{p(X = k) = \binom{n}{k} p^k q^{n-k}}$$

$$\boxed{E(X) = np} \qquad \boxed{V(X) = np(1-p)}$$

3. Loi de probabilité continue

a. Loi de durée de vie sans vieillissement

$$p([a\,;b]) = \int_a^b \lambda e^{-\lambda t} dt$$
$$p([a\,;\,+\infty]) = 1 - p([0\,;\,a])$$

b. Loi uniforme sur [0 ; 1]

$$p([a\,;b]) = b - a$$
$$p([0\,;1]) = 1$$