Intégration et primitives

Chapitre 9

I. Définition

$\int_a^b f(x)\,dx$ est la surface de l'aire sous la courbe représentative de f(x)

II. Propriétés et théorèmes

1. Intégrales d'une fonction de signe quelconque

$$\int_a^b f(x)\,dx = \int_a^b f^+(x)\,dx + \int_a^b f^-(x)\,dx$$

2. Valeur moyenne

$$\boxed{\mu = \frac{1}{b-a}\int_a^b f(x)\,dx}$$

3. Intégrales et primitives

$$\boxed{\int_a^b f(x)\,dx = [F(x)]_a^b} = F(b) - F(a)$$

4. Relation de Chasles

$$\int_a^c f(x)\,dx = \int_a^b f(x)\,dx + \int_b^c f(x)\,dx$$

5. Linéarité

$$\int_a^b f(x) + g(x)\,dx = \int_a^b f(x)\,dx + \int_a^b g(x)\,dx$$
$$\int_a^b \lambda \times f(x)dx = \lambda \times \int_a^b f(x)\,dx$$

6. Conservation de l'ordre

$$\boxed{f(x) \leq g(x) \Rightarrow \int_a^b f(x)\,dx \leq \int_a^b g(x)\,dx}$$

7. Intégration par parties

Soient u(x) et v(x) deux fonctions dérivales sur I, u′(x) et v′(x) continues sur I, $(a,b) \in I^2$

$$\boxed{\int_a^b u(x)v'(x)\,dx = [u(x)v(x)]_a^b - \int_a^b u'(x)v(x)\,dx}$$

III. Formules de primitives

Fonction	Primitive
$f(x) = u'u^{\alpha}$ $f(x) = u'\sqrt[n]{u} = u'u^{\alpha}\ \ \alpha = \frac{1}{n}$	$F(x) = \frac{u^{\alpha+1}}{\alpha+1}$
$f(x) = \frac{u'}{u}$	$F(x) = \ln(\lvert u(x)\rvert)$
$f(x) = u'e^{u}$	$F(x) = e^{u}$
$f(x) = u'g \circ u$	$F(x) = G \circ u$
$f(x) = u' \cos u$	$F(x) = \sin u$
$f(x) = u' \sin u$	$F(x) = -\cos u$