

Electrostatique des conducteurs

P5 – Chapitre 3

I. Equilibre électrostatique d'un conducteur

1. Champ dans un conducteur à l'équilibre

$$m\vec{a} = q\vec{E}_{int} = q(\vec{E}_{cond} + \vec{E}_{ext}) = 0$$

A l'équilibre, les charges se placent en surface, et le conducteur est équipotentiel : $V = cst \quad \forall M$.

2. Théorème de Coulomb

$$\vec{E}(M) = \frac{\sigma(M)}{\epsilon_0} \vec{n}_{int \rightarrow ext}$$

3. Pression électrostatique

$$P = \frac{\|\vec{f}\|}{\Delta S} = \frac{\sigma^2(M)}{2\epsilon_0} = \frac{\epsilon_0}{2} E_{surf}^2(M)$$

II. Equilibre de deux conducteurs

$$\vec{E}_{int_1} = \vec{E}_{int_2} = \vec{0} \quad V_1 = cst \quad V_2 = cst \quad \rho_1 = \rho_2 = 0$$

III. Capacité et énergie des systèmes de conducteurs à l'équilibre

	1 conducteur	2 conducteurs	N conducteurs
Capacité	$Q = CV$	$\begin{pmatrix} Q_1 \\ Q_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} \\ C_{21} & C_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \end{pmatrix}$ <ul style="list-style-type: none"> • Coefs de capacité : $C_{ii} > 0$ • Coefs d'influence : $C_{ij} < 0 \quad j \neq i$ • $C_{ij} = C_{ji}$ $\begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} D_{11} & D_{12} \\ D_{21} & D_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Q_1 \\ Q_2 \end{pmatrix}$	$Q_i = \sum_{j=1}^N C_{ij} V_j$
Energie	$U_E = \frac{1}{2} CV^2$	$U_E = \frac{1}{2} (C_{11}V_1 + C_{12}V_2 + 2C_{12}V_1V_2)$	$U_E = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N C_{ij} V_i V_j$

IV. Exemples d'application

1. L'influence totale

Deux conducteurs sont en influence totale quand toutes les lignes de champ électrostatique issues de l'un arrivent à l'autre.

$$Q_{2int} = -Q_1 \quad \text{et} \quad Q_{2ext} = Q_2 + Q_1$$

2. Les condensateurs

Système de deux conducteurs dont un est sous influence totale de l'autre.

$$\begin{pmatrix} Q_1 \\ Q_2 \end{pmatrix} = C \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 + \frac{C'}{C} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \end{pmatrix}$$

=0 si parfait

$$U_{cond} = \frac{1}{2} C (V_1 - V_2)^2$$

C' : capacité sans cavité