

Exponentielle – Équations différentielles

Chapitre 2

I. Exponentielle

1. Définition

$$\begin{cases} (\exp x)' = \exp x \\ \exp 0 = 1 \end{cases}$$

2. Propriétés

e^x strictement croissante sur \mathbb{R}

$$e^x \cdot e^y = e^{x+y}$$

$$e^{-x} = \frac{1}{e^x}$$

$$(e^x)^n = e^{nx}$$

$$\frac{e^x}{e^y} = e^{x-y}$$

$$\sqrt{e^x} = e^{\frac{x}{2}}$$

$$e^x > 1 + x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^4}{4!} + \frac{x^5}{5!} + \dots + \frac{x^n}{n!}$$

Limites :

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (e^x) = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (x^n e^x) = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (e^x) = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{e^x}{x^n} \right) = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^n}{e^x} \right) = 0$$

II. Équations différentielles

$$y' = ay + b \Leftrightarrow y(x) = ke^{ax} - \frac{b}{a}$$