

Les nombres complexes

Chapitre 3

I. Définition

$$i^2 = -1$$

$$\forall z \in \mathbb{C}, \exists! (a, b) \in \mathbb{R}^2, z = a + ib$$

II. Propriété

1. Conjugué

$$\frac{1}{z} = \frac{\bar{z}}{z\bar{z}}$$

$$z\bar{z} = a^2 + b^2$$

$$z + \bar{z} = 2a$$

$$z - \bar{z} = 2bi$$

2. Module

$$|z| = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{z\bar{z}}$$

$$||z| + |z'|| \leq |z + z'| \leq |z| + |z'|$$

$$|z| = |\bar{z}|$$

$$\left| \frac{1}{z} \right| = \frac{1}{|z|}$$

$$\frac{1}{z} = \frac{\bar{z}}{|z|^2}$$

3. Forme trigonométrique et notation exponentielle

$$z = r(\cos \theta + i \sin \theta) = re^{i\theta}$$

$$zz' = rr' \cos(\theta + \theta') + i \sin(\theta + \theta')$$

$$\cos \theta - i \sin \theta = \cos -\theta + i \sin -\theta$$

$$- \text{Arg}(z) = \frac{1}{\text{Arg}(z)}$$

III. Valeurs des sin et cos

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\sin x$	$\frac{\sqrt{0}}{2} = 0$	$\frac{\sqrt{1}}{2} = \frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{4}}{2} = 1$
$\cos x$	$\frac{\sqrt{4}}{2} = 1$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{1}}{2} = \frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{0}}{2} = 0$

IV. Transformations complexes

	« Définition »	Écriture simplifiée	Écriture complète
Translation	$M'(z') = T_{\overline{AB}(b)}M(z)$	$z' = z + b$	
Rotation	$M'(z') = \mathcal{R}(\Omega(\omega), \alpha)(M(z))$	$z' = e^{i\alpha}z + c$	$c = \omega(1 - e^{i\alpha})$ $z' - \omega = e^{i\alpha}(z - \omega)$
Homothétie	$M'(z') = \mathcal{H}(\Omega(\omega), k)(M(z))$	$z' = kz + c$	$c = \omega(1 - k)$ $z' - \omega = k(z - \omega)$