

Récapitulatif de Mathématiques

I. Dérivation

$$f'(a) = \lim_{h \rightarrow 0} \left(\frac{f(a+h) - f(a)}{h} \right)$$

$$T_A: y = f(a) + f'(a)(x - a)$$

$$\begin{array}{l|l|l|l} (u^n)' = u' n u^{n-1} & (uv)' = u'v + uv' & (\sqrt{u})' = \frac{u'}{2\sqrt{u}} & (e^u)' = u' e^u \\ \left(\frac{1}{u}\right)' = -\frac{u'}{u^2} & \left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2} & (\cos u)' = -u' \sin u & (\ln u)' = \frac{u'}{u} \\ (a^x)' = \ln(a) a^x & & (\sin u)' = u' \cos u & (g \circ u)'(x) = u'(x)g'(u(x)) \end{array}$$

II. Exponentielle

$$e^x \cdot e^y = e^{x+y} \quad e^{-x} = \frac{1}{e^x} \quad (e^x)^n = e^{nx} \quad \text{Limite : } e^x \text{ l'emporte sur } x^n$$

III. Logarithme népérien

$$\begin{array}{l|l} \ln(ab) = \ln(a) + \ln(b) & \text{Limite : } x^n \text{ l'emporte sur } \ln(x) \\ \ln\left(\frac{1}{b}\right) = -\ln(b) & \\ \ln\left(\frac{a}{b}\right) = \ln(a) - \ln(b) & \text{Pour } x \text{ proche de } 1 : \ln(x) \approx x - 1 \\ \ln(a^n) = n \ln(a) & \text{Pour } x \text{ proche de } 0 : \ln(1+x) \approx x \end{array}$$

IV. Les fonctions puissance

$$x^\alpha = e^{\alpha \ln x}$$

$$a^x = e^{x \ln a}$$

V. Équations différentielles

$$y' = ay + b \Leftrightarrow y(x) = ke^{ax} - \frac{b}{a}$$

VI. Nombres complexes

1. Propriétés

$$\begin{array}{l} |z| = \sqrt{a^2 + b^2} \\ z = |z|(\cos \theta + i \sin \theta) = |z|e^{i\theta} \\ \cos \theta - i \sin \theta = \cos(-\theta) + i \sin(-\theta) \\ -\text{Arg}(z) = \frac{1}{\text{Arg}(z)} \end{array}$$

2. Transformations complexes

	« Définition »	Écriture simplifié	Écriture complète
Translation	$M'(z') = T_{\overrightarrow{AB}(b)}M(z)$	$z' = z + b$	
Rotation	$M'(z') = \mathcal{R}(\Omega(\omega), \alpha)(M(z))$	$z' = e^{i\alpha}z + c$	$c = \omega(1 - e^{i\alpha}) \quad z' - \omega = e^{i\alpha}(z - \omega)$
Homothétie	$M'(z') = \mathcal{H}(\Omega(\omega), k)(M(z))$	$z' = kz + c$	$c = \omega(1 - k) \quad z' - \omega = k(z - \omega)$

Récapitulatif de Mathématiques

VII. Suites

Arithmétique	$U_{n+1} = U_n + r$	$U_n = U_0 + nr$	$S_n = \frac{(n+1)(U_0 + U_n)}{2}$	$S_n = \frac{n(U_1 + U_n)}{2}$
Géométrique	$V_{n+1} = q \times V_n$	$V_n = V_0 \times q^n$	$S_n = V_0 \times \frac{1 - q^{n+1}}{1 - q}$	$S_n = V_1 \times \frac{1 - q^n}{1 - q}$

1. Suites convergentes

$$(U_n) \text{ converge} \Leftrightarrow \exists l \in \mathbb{R}, \lim_{n \rightarrow +\infty} (U_n) = l$$

$$\left. \begin{array}{l} \lim_{n \rightarrow +\infty} (U_n) = l \\ f \text{ continue sur } I \\ l \in I \end{array} \right\} \lim_{n \rightarrow +\infty} f(U_n) = f(l)$$

2. Suites adjacentes

$$(U_n) \text{ et } (V_n) \text{ sont adjacentes} \Leftrightarrow \begin{cases} \text{l'une est } \nearrow, \text{l'autre est } \searrow \\ \text{leur différence tend vers } 0 \end{cases}$$

VIII. Produit scalaire

$$\vec{u}(x, y, z) \quad \vec{v}(x', y', z') \quad \vec{u} \cdot \vec{v} = \|u\| \|v\| \cos(\vec{u}, \vec{v}) = xx' + yy' + zz' \quad \vec{u} \cdot \vec{v} = 0 \Leftrightarrow \vec{u} \perp \vec{v}$$

	Droite	Plan
Équation paramétrique $A(x_A, y_A, z_A) ; \vec{u}(a, b, c) ; \vec{v}(a', b', c')$ $\mathcal{P}(A, \vec{u}, \vec{v}) ; \mathcal{D}(A, \vec{u})$	$\begin{cases} x = x_A + \lambda a \\ y = y_A + \lambda b \\ z = z_A + \lambda c \end{cases}$	$\begin{cases} x = x_A + \alpha a + \beta a' \\ y = y_A + \alpha b + \beta b' \\ z = z_A + \alpha c + \beta c' \end{cases}$
Équation cartésienne	$ax + by + c = 0$	$ax + by + cz + d = 0$
Vecteur normal	$\vec{n}(a, b)$	$\vec{n}(a, b, c)$
Vecteur directeur	$\vec{u}(-b, a)$	
Distance au point M_0	$d = \frac{ ax_0 + by_0 + c }{\sqrt{a^2 + b^2}}$	$d = \frac{ ax_0 + by_0 + cz_0 + d }{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$

IX. Intégration et primitives

Formules d'intégration	Fonction	Primitive
$\mu = \frac{1}{b-a} \int_a^b f(x) dx$	$f(x) = u' u^\alpha$	$F(x) = \frac{u^{\alpha+1}}{\alpha+1}$
$\int_a^b f(x) dx = [F(x)]_a^b = F(b) - F(a)$	$f(x) = u'^{\frac{1}{n}} \sqrt[n]{u} = u' u^{\frac{1}{n}}$	$F(x) = \ln(u(x))$
$f(x) \leq g(x) \Rightarrow \int_a^b f(x) dx \leq \int_a^b g(x) dx$	$f(x) = \frac{u'}{u}$	$F(x) = e^u$
$\int_a^b uv' dx = [uv]_a^b - \int_a^b u'v dx$	$f(x) = u' e^u$	$F(x) = G \circ u$
	$f(x) = u' g \circ u$	$F(x) = \sin u$
	$f(x) = u' \cos u$	$F(x) = -\cos u$
	$f(x) = u' \sin u$	