

Récapitulatif de spécialité Mathématiques

I. Arithmétique

1. Divisibilité et congruences

$$a|b \Leftrightarrow b = ka$$

Division euclidienne : $\exists ! (q, r) \in \mathbb{N}^2, a = bq + r, 0 \leq r < b$

$$a \equiv b [n] \Leftrightarrow n|a - b$$

2. Critère de divisibilité

$2 N \Leftrightarrow a_0 \equiv 0 [2]$	$4 N \Leftrightarrow \overline{a_1 a_0} \equiv 0 [4]$	$3 N \Leftrightarrow \text{somme des chiffres} \equiv 0 [3]$
$5 N \Leftrightarrow a_0 \equiv 0 [5]$	$25 N \Leftrightarrow \overline{a_2 a_1 a_0} \equiv 0 [25]$	$9 N \Leftrightarrow \text{somme des chiffres} \equiv 0 [9]$
		$11 N \Leftrightarrow \text{somme alternées des chiffres} \equiv 0 [11]$

3. PGCD et PPCM

$$k|d \Leftrightarrow k|a \text{ et } k|b$$

$$(a \wedge b)(a \vee b) = ab$$

<u>Théorème d'Euclide :</u> $a \wedge b = b \wedge r$	<u>Théorème de Bézout :</u> $a \wedge b = 1 \Leftrightarrow \exists (u, v) \in \mathbb{Z}^2, au + bv = 1$	<u>Théorème de Gauss :</u> $a bc \text{ et } a \wedge b = 1, a c$ $a n \text{ et } b n \text{ et } a \wedge b = 1 \Rightarrow ab n$
--	--	---

$$d = a \wedge b \Leftrightarrow \begin{cases} d|a \\ d|b \\ \frac{a}{d} \wedge \frac{b}{d} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} d|a \\ d|b \\ \exists (u, v) \in \mathbb{Z}^2, au + bv = d \end{cases}$$

4. Équation diophantiennes

$$ax + by = c \quad (d = a \wedge b) \quad \text{Solution si } c = kd$$

- On trouve une solution particulière (x_0, y_0) (Bézout)
- $a(x - x_0) + b(y - y_0) = 0$ (par différence entre l'équation et celle avec la sol part)
- Résolution :

$a b(y - y_0)$	$b a(x - x_0)$
$a y - y_0$	$b x - x_0$
$y = ak + y_0$	$x = bk' + x_0$

5. Nombres premiers

$p ab \Rightarrow p a \text{ ou } p b$	<u>Petit théorème de Fermat :</u> p premier, a pas multiple de p $a^{p-1} \equiv 1 [p]$	<u>Corollaire :</u> Si p premier $a^p - a \equiv 0 [p]$
--	---	---

Récapitulatif de spécialité Mathématiques

II. Similitudes planes

Similitude directe : $\boxed{z' = az + b} = ke^{i\theta}z + b$

$$\forall (M, N) \in \mathcal{P}^2, \boxed{k = \frac{M'N'}{MN}}, \boxed{\theta = (\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{M'N'})}$$

Rapport	Angle	Type
k = 1	$\theta \equiv 0 [2\pi]$	Translation
	$\theta \not\equiv 0 [2\pi]$	Rotation
k ≠ 1	$\theta \equiv 0 [\pi]$	Homothétie
	$\theta \not\equiv 0 [\pi]$	Similitude

Similitudes indirectes : $\boxed{z' = a\bar{z} + b} = ke^{i\theta}\bar{z} + b$

III. Sections planes de surfaces

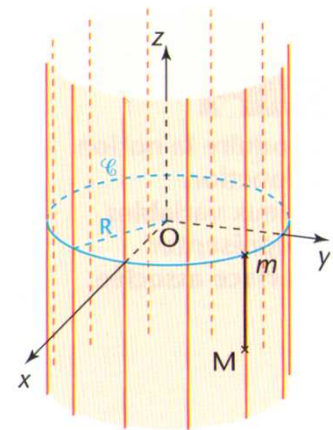
1. Cylindre

a. Équation (axe (Oz))

$$\boxed{x^2 + y^2 = R^2}$$

b. Section

Plan	Condition	Section
z = k		Cercle ($\Omega(0, 0, k), R$)
x = k y = k	$ k < R$	2 droites
	$ k = R$	1 droite
	$ k > R$	$\emptyset$



2. Cône

a. Équation (axe (Oz))

$$\boxed{x^2 + y^2 = \lambda^2 z^2} \quad \lambda = \tan \varphi$$

b. Section

Plan	Condition	Section
z = k	$k = 0$	Point $O(0, 0, 0)$
	$k \neq 0$	Cercle $x^2 + y^2 = (\lambda k)^2$
x = k y = k	$k = 0$	Deux droites sécantes en O
	$k \neq 0$	2 hyperboles $z = \pm \sqrt{\frac{x^2 + k^2}{\lambda^2}}$

