Récapitulatif de Mathématiques

I. Dérivation

$$\boxed{f'(a) = \lim_{h \to 0}\left(\frac{f(a+h)+f(a)}{h}\right)} \qquad \boxed{T_A : y = f(a) + f'(a)(x-a)}$$

$(u^n)' = u'nu^{n-1}$

$\left(\frac{1}{u}\right)' = -\frac{u'}{u^2}$

$(uv)' = u'v + uv'$

$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$

$(a^x)' = l\,n(a)\,a^x$

$\left(\sqrt{u}\right)' = \frac{u'}{2\sqrt{u}}$

$(\cos u)' = -u'\sin u$

$(\sin u)' = u'\cos u$

$(e^u)' = u'e^u$

$(\ln u)' = \frac{u'}{u}$

$\boxed{(g \circ u)'(x) = u'(x)g'\big(u(x)\big)}$

II. Exponentielle

$e^x \cdot e^y = e^{x+y}$ $\qquad e^{-x} = \frac{1}{e^x}$ $\qquad (e^x)^n = e^{nx}$ $\qquad$ Limite : e^x l'emporte sur x^n

III. Logarithme népérien

$\ln(ab) = \ln(a) + \ln(b)$

$\ln\left(\frac{1}{b}\right) = -\ln(b)$

$\ln\left(\frac{a}{b}\right) = \ln(a) - \ln(b)$

$\ln(a^n) = n\ln(a)$

Limite : x^n l'emporte sur ln(x)

Pour x proche de 1 : $\ln(x) \approx x - 1$

Pour x proche de 0 : $\ln(1+x) \approx x$

IV. Les fonctions puissance

$$\boxed{x^\alpha = e^{\alpha \ln x}} \qquad \boxed{a^x = e^{x \ln a}}$$

V. Équations différentielles

$$\boxed{y' = ay + b \Leftrightarrow y(x) = ke^{ax} - \frac{b}{a}}$$

VI. Nombres complexes

1. Propriétés

$|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$

$\boxed{z = |z|(\cos\theta + i\sin\theta) = |z|e^{i\theta}}$

$\cos\theta - i\sin\theta = \cos(-\theta) + i\sin(-\theta)$

$-Arg(z) = \frac{1}{Arg(z)}$

2. Transformations complexes

	« Définition »	Écriture simplifié		Écriture complète
Translation	$M'(z') = T_{\overrightarrow{AB}(b)}M(z)$	$z' = z + b$		
Rotation	$M'(z') = \mathcal{R}(\Omega(\omega), \alpha)\big(M(z)\big)$	$z' = e^{i\alpha}z + c$	$c = \omega(1 - e^{i\alpha})$	$z' - \omega = e^{i\alpha}(z - \omega)$
Homothétie	$M'(z') = \mathcal{H}(\Omega(\omega), k)\big(M(z)\big)$	$z' = kz + c$	$c = \omega(1 - k)$	$z' - \omega = k(z - \omega)$

Récapitulatif de Mathématiques

VII. Suites

Arithmétique	$U_{n+1} = U_n + r$	$U_n = U_0 + nr$	$S_n = \frac{(n+1)(U_0 + U_n)}{2}$	$S_n = \frac{n(U_1 + U_n)}{2}$
Géométrique	$V_{n+1} = q \times V_n$	$V_n = V_0 \times q^n$	$S_n = V_0 \times \frac{1 - q^{n+1}}{1 - q}$	$S_n = V_1 \times \frac{1 - q^n}{1 - q}$

1. Suites convergentes

$$(U_n) \text{ converge} \Leftrightarrow \exists\, l \in \mathbb{R},\ \lim_{n \to +\infty} (U_n) = l$$

$$\left.\begin{array}{l} \lim\limits_{n \to +\infty} (U_n) = l \\ f \text{ continue sur } I \\ l \in I \end{array}\right\} \lim_{n \to +\infty} f(U_n) = f(l)$$

2. Suites adjacentes

$$(U_n)\ et\ (V_n) \text{ sont adjacentes} \Leftrightarrow \begin{cases} \text{l'une est } \nearrow, \text{l'autre est } \searrow \\ \text{leur différence tend vers } 0 \end{cases}$$

VIII. Produit scalaire

$\vec{u}(x, y, z)$ $\vec{v}(x', y', z')$ $\vec{u} \cdot \vec{v} = \|u\| \|v\| \cos(\vec{u}, \vec{v}) = xx' + yy' + zz'$ $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0 \Leftrightarrow \vec{u} \perp \vec{v}$

	Droite	**Plan**
Équation paramétrique $A(x_A, y_A, z_A)$; $\vec{u}(a, b, c)$; $\vec{v}(a', b', c')$ $\mathcal{P}(A, \vec{u}, \vec{v})$; $\mathcal{D}(A, \vec{u})$	$\begin{cases} x = x_A + \lambda a \\ y = y_A + \lambda b \\ z = z_A + \lambda c \end{cases}$	$\begin{cases} x = x_A + \alpha a + \beta a' \\ y = y_A + \alpha b + \beta b' \\ z = z_A + \alpha c + \beta c' \end{cases}$
Équation cartésienne	$ax + by + c = 0$	$ax + by + cz + d = 0$
Vecteur normal	$\vec{n}(a, b)$	$\vec{n}(a, b, c)$
Vecteur directeur	$\vec{u}(-b, a)$	
Distance au point M_0	$d = \frac{\lvert ax_0 + by_0 + c \rvert}{\sqrt{a^2 + b^2}}$	$d = \frac{\lvert ax_0 + by_0 + cz_0 + d \rvert}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$

IX. Intégration et primitives

Formules d'intégration

$$\boxed{\mu = \frac{1}{b - a} \int_a^b f(x)\, dx}$$

$$\boxed{\int_a^b f(x)\, dx = [F(x)]_a^b} = F(b) - F(a)$$

$$\boxed{f(x) \leq g(x) \Rightarrow \int_a^b f(x) dx \leq \int_a^b g(x)\, dx}$$

$$\boxed{\int_a^b uv'\, dx = [uv]_a^b - \int_a^b u'v\, dx}$$

Fonction	**Primitive**
$f(x) = u'u^\alpha$ $f(x) = u'\sqrt[n]{u} = u'u^\alpha \quad \alpha = \frac{1}{n}$	$F(x) = \frac{u^{\alpha+1}}{\alpha + 1}$
$f(x) = \frac{u'}{u}$	$F(x) = \ln\big(u(x)\big)$
$f(x) = u'e^u$	$F(x) = e^u$
$f(x) = u'g \circ u$	$F(x) = G \circ u$
$f(x) = u' \cos u$	$F(x) = \sin u$
$f(x) = u' \sin u$	$F(x) = -\cos u$