

I. Définition

$\int_a^b f(x) dx$ est la surface de l'aire sous la courbe représentative de $f(x)$

II. Propriétés et théorèmes

1. Intégrales d'une fonction de signe quelconque

$$\int_a^b f(x) dx = \int_a^b f^+(x) dx + \int_a^b f^-(x) dx$$

2. Valeur moyenne

$$\mu = \frac{1}{b-a} \int_a^b f(x) dx$$

3. Intégrales et primitives

$$\int_a^b f(x) dx = [F(x)]_a^b = F(b) - F(a)$$

4. Relation de Chasles

$$\int_a^c f(x) dx = \int_a^b f(x) dx + \int_b^c f(x) dx$$

5. Linéarité

$$\begin{aligned} \int_a^b f(x) + g(x) dx &= \int_a^b f(x) dx + \int_a^b g(x) dx \\ \int_a^b \lambda \times f(x) dx &= \lambda \times \int_a^b f(x) dx \end{aligned}$$

6. Conservation de l'ordre

$$f(x) \leq g(x) \Rightarrow \int_a^b f(x) dx \leq \int_a^b g(x) dx$$

7. Intégration par parties

Soient $u(x)$ et $v(x)$ deux fonctions dérivables sur I , $u'(x)$ et $v'(x)$ continues sur I , $(a, b) \in I^2$

$$\int_a^b u(x)v'(x) dx = [u(x)v(x)]_a^b - \int_a^b u'(x)v(x) dx$$

Intégration et primitives

Chapitre 9

III. Formules de primitives

Fonction	Primitive
$f(x) = u' u^\alpha$ $f(x) = u' \sqrt[n]{u} = u' u^\alpha \quad \alpha = \frac{1}{n}$	$F(x) = \frac{u^{\alpha+1}}{\alpha+1}$
$f(x) = \frac{u'}{u}$	$F(x) = \ln(u(x))$
$f(x) = u' e^u$	$F(x) = e^u$
$f(x) = u' g \circ u$	$F(x) = G \circ u$
$f(x) = u' \cos u$	$F(x) = \sin u$
$f(x) = u' \sin u$	$F(x) = -\cos u$