

I. Propriétés

1. Relation de Chasles

$$\int_a^c f(x) dx = \int_a^b f(x) dx + \int_b^c f(x) dx$$

2. Linéarité

$$\int_a^b \lambda f(x) + g(x) dx = \lambda \int_a^b f(x) dx + \int_a^b g(x) dx$$

3. Conservation de l'ordre

$$f(x) \leq g(x) \Rightarrow \int_a^b f(x) dx \leq \int_a^b g(x) dx$$

II. Théorème de Leibniz-Newton

$$\boxed{\int_a^b f(x) dx = [F(x)]_a^b} = F(b) - F(a)$$

III. Valeur moyenne

$$\boxed{\mu = \frac{1}{b-a} \int_a^b f(x) dx}$$

IV. Intégration par parties

$$\boxed{\int_a^b u(x)v'(x) dx = [u(x)v(x)]_a^b - \int_a^b u'(x)v(x) dx}$$

V. Fonction à valeurs complexes

$$\int_a^b f(x) dx = \int_a^b \operatorname{Re}(f(x)) dx + i \int_a^b \operatorname{Im}(f(x)) dx$$

VI. Changement de variable

$$\boxed{\int_a^b f(\varphi(x))\varphi'(x) dx = \int_{f(a)}^{f(b)} f(t) dt \quad t = \varphi(x)}$$

Règle de Bioche :

$$F(x) = \int f(x) dx$$

- Si $f(x)dx$ invariant quand $x \rightarrow -x$, $U = \cos x$
- Si $f(x)dx$ invariant quand $x \rightarrow \pi - x$, $U = \sin x$
- Si $f(x)dx$ invariant quand $x \rightarrow \pi + x$, $U = \tan x$
- Sinon, $t = \tan \frac{x}{2}$

VII. Approximation d'une intégrale

$$S_n = \frac{b-a}{n} \sum_{k=0}^{n-1} f\left(a + k \frac{b-a}{n}\right) \rightarrow \int_a^b f(x) dx$$

VIII. Inégalité de la moyenne

$$m = \min_{[a;b]} f(x) \quad M = \max_{[a;b]} f(x)$$

$$m(b-a) \leq \int_a^b f(x) dx \leq M(b-a)$$

IX. Formules de primitives

$f(x)$	$F(x)$
$u' u^\alpha$ $u'^n \sqrt[n]{u} = u' u^{\frac{1}{n}} \quad \alpha = \frac{1}{n}$	$\frac{u^{\alpha+1}}{\alpha+1}$
$\frac{u'}{u}$	$\ln u $
$u' e^u$	e^u
$u' g \circ u$	$G \circ u$
$u' \cos u$	$\sin u$
$u' \sin u$	$-\cos u$
$\frac{u'}{\cos^2 u}$	$\tan u$
$-\frac{u'}{\sqrt{1-u^2}}$	$\arccos u$
$\frac{u'}{\sqrt{1-u^2}}$	$\arcsin u$
$\frac{u'}{1+u^2}$	$\arctan u$