

Récapitulatif de P2

I. Cinématique du point

$$\text{Frenet : } \boxed{\vec{\tau} = \frac{d\vec{OM}}{ds}} \quad \boxed{\frac{\vec{N}}{R} = \frac{d\vec{\tau}}{ds}} \quad \boxed{\vec{a} = \frac{dv}{dt}\vec{\tau} + \frac{v^2}{R}\vec{N}}$$

$$\text{Rotation : } \boxed{\omega = \frac{2\pi}{T}} \quad \boxed{V = \omega R}$$

II. Forces et interactions fondamentales

$$\boxed{\vec{F}_{1 \rightarrow 2} = -\frac{Gm_1m_2}{r^2} \vec{e}_{1 \rightarrow 2}} \quad \boxed{\vec{G}_O(M) = -Gm_O \frac{\vec{OM}}{OM^3}}$$

III. Principe de la dynamique

$$\boxed{\vec{F} = m\vec{a}_{M/\mathcal{R}_0}} \quad \boxed{\vec{T}_{ressort} = -k\vec{M}_0\vec{M}} \quad \boxed{R_T = fR_N} \quad \boxed{\vec{\pi} = -\rho V \vec{g}}$$

IV. Puissance, Travail, Énergie

$$\boxed{\mathcal{P}(t) = \vec{f}(t) \cdot \vec{v}(t)} \quad \boxed{\mathcal{P} = \frac{\delta W}{dt}} \quad \delta W = \vec{f} \cdot d\vec{OM}$$

	Définition	Théorème de l'énergie	Puissance
\mathcal{E}_C	$\mathcal{E}_C = \frac{1}{2}mv^2$	$\mathcal{E}_C(B) - \mathcal{E}_C(A) = W_{A \rightarrow B}(\vec{F})$	$\frac{d\mathcal{E}_C}{dt} = \mathcal{P}(\vec{F})$
\mathcal{E}_P	$\vec{f}_c = -\vec{\text{grad}}(\mathcal{E}_P)$	$\mathcal{E}_P(B) - \mathcal{E}_P(A) = -W_{A \rightarrow B}(\vec{f}_c)$	$\frac{d\mathcal{E}_P}{dt} = -\mathcal{P}(\vec{f}_c)$
\mathcal{E}_M	$\mathcal{E}_M = \mathcal{E}_C + \mathcal{E}_P$	$\mathcal{E}_M(B) - \mathcal{E}_M(A) = W_{A \rightarrow B}(\vec{f}_{nc})$	$\frac{d\mathcal{E}_M}{dt} = \mathcal{P}(\vec{f}_{nc})$

$$\boxed{\mathcal{E}_{Pp} = mgz} \quad \boxed{\mathcal{E}_{PE} = \frac{1}{2}k(l - l_0)^2}$$

V. Moment cinétique

1. Définitions

$$\boxed{\mathcal{M}_O^t(\vec{F}) = \vec{OM} \wedge \vec{F}} \quad \boxed{\vec{L}_O = \vec{OM} \wedge m\vec{v}} \quad \boxed{\frac{d\vec{L}_O}{dt} = \sum \mathcal{M}_O^t(\vec{F})}$$

2. Propriétés d'une force centrale

- Conservation du moment cinétique ($\frac{d\vec{L}_O}{dt} = 0$)
- Le mouvement de M est plan
- Loi des aires vérifiée
- Formules de Binet

$$\boxed{C = r^2\dot{\theta} = r_0v_0\sin\alpha} \quad \alpha = (\vec{OM}, \vec{v}_0) \quad \boxed{\vec{L}_O = mC\vec{u}_r} \quad \frac{d\mathcal{A}}{dt} = \frac{C}{2}$$

3. Kepler

- 1° : trajectoires = ellipses
- 2° : loi des aires
- 3° : $\frac{a^3}{T^2} = \frac{GM}{4\pi^2} = \text{constante}$

Récapitulatif de P2

4. Champ de force Newtonien

Etat	Energie	Excentricité	Trajectoire
Diffusion	$\mathcal{E}_m > 0$	$e > 1$	Hyperbole
	$\mathcal{E}_m = 0$	$e = 1$	Parabole
Lié	$\mathcal{E}_m < 0$	$e < 1$	Ellipse
		$e = 0$	Cercle

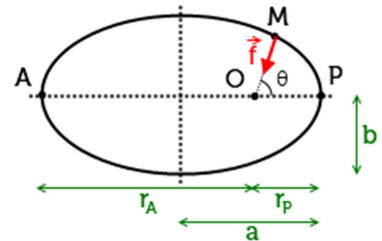
$$\vec{f} = \frac{k}{r^2} \vec{u}_r \quad \mathcal{E}_p = \frac{k}{r}$$

$$\mathcal{E}_m = \underbrace{\frac{1}{2} m \dot{r}^2}_{\mathcal{E}_{\text{radiale}}} + \underbrace{\frac{mC^2}{2r^2} + \frac{k}{r}}_{\mathcal{E}_{\text{effective}}}$$

Etude de l'état lié :

A : Apogée
 P : Périgée
 a : demi-grand axe
 b : demi-petit axe

$$\begin{cases} 2a = r_A + r_P \\ b^2 = ap \\ \text{Aire} = \pi ab \\ \mathcal{E}_M = \frac{k}{2r} \end{cases}$$



VI. Changement de référentiel

$$\overrightarrow{\Omega_{\mathcal{R}'/\mathcal{R}}} = \omega \vec{u}_z \quad \left(\frac{d\vec{u}}{dt} \right)_{\mathcal{R}} = \left(\frac{d\vec{u}}{dt} \right)_{\mathcal{R}'} + \overrightarrow{\Omega_{\mathcal{R}'/\mathcal{R}}} \wedge \vec{u}$$

	Composition	Cas particuliers et formules
Vitesses	$\vec{v}_a = \vec{v}_r + \vec{v}_e$	$\vec{v}_e = \underbrace{\vec{v}_{O'/\mathcal{R}}}_{= 0 \text{ en rotation}} + \underbrace{\vec{\Omega} \wedge \vec{O'M}}_{= 0 \text{ en translation}}$
Accélération	$\vec{a}_a = \vec{a}_r + \vec{a}_e + \vec{a}_c$	$\vec{a}_e = \underbrace{\vec{a}_{O'/\mathcal{R}}}_{= 0 \text{ en rotation si origines communes}} + \underbrace{\vec{\Omega} \wedge (\vec{\Omega} \wedge \vec{O'M})}_{= 0 \text{ en translation}}$ $\vec{a}_e = -\omega^2 \vec{HM}$ (en rot° si origines communes) $\vec{a}_c = 2\vec{\Omega} \wedge \vec{v}_r$

$$m \vec{a}_{M/\mathcal{R}} = \vec{F} + \vec{F}_{I_c} + \vec{F}_{I_e}$$

Force d'inertie d'entraînement : $\vec{F}_{I_e} = -m\vec{a}_e$

Force d'inertie de Coriolis : $\vec{F}_{I_c} = -m\vec{a}_c$