

Les outils mathématiques utilisés

P2 – Chapitre 1

I. Produit scalaire

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = \|\vec{A}\| \|\vec{B}\| \cos(\vec{A}, \vec{B})$$

- On peut permuter les vecteurs, développer le produit scalaire, sortir ou déplacer les réels en facteur.
- $\vec{A} \cdot \vec{B} = 0 \Leftrightarrow \vec{A} \perp \vec{B}$
- $\vec{A} \cdot \vec{B} = x_A x_B + y_A y_B + z_A z_B$
- Interprétation géométrique : $\vec{A} \cdot \vec{u}_x$ est la composante de $\vec{A}$ sur $\vec{u}_x$.

II. Produit vectoriel

$$\vec{A} \wedge \vec{B} = \vec{C}$$

$\vec{A} \wedge \vec{B} = \begin{vmatrix} y_A z_B - y_B z_A \\ z_A x_B - z_B x_A \\ x_A y_B - x_B y_A \end{vmatrix}$	<ul style="list-style-type: none">Direction : $\perp \vec{A}$ et $\perp \vec{B}$Sens : Règle des 3 doigts / du tire-bouchonNorme : $\ \vec{A} \wedge \vec{B}\ = \ \vec{A}\ \ \vec{B}\ \sin(\vec{A}, \vec{B})$
--	---

- $\vec{A} \wedge \vec{B} = -\vec{B} \wedge \vec{A}$
- On peut développer le produit vectoriel, sortir ou déplacer les réels en facteur.
- $\vec{A} \wedge \vec{B} = 0 \Leftrightarrow \vec{A} \parallel \vec{B}$
- $\|\vec{A} \wedge \vec{B}\| = \text{aire du parallélogramme construit sur } \vec{A} \text{ et } \vec{B}$

III. Produit mixte

$$(\vec{A}, \vec{B}, \vec{C}) = \vec{A} \cdot (\vec{B} \wedge \vec{C}) = (\vec{A} \wedge \vec{B}) \cdot \vec{C}$$

- On peut permuter circulairement les vecteurs : $(\vec{A}, \vec{B}, \vec{C}) = (\vec{B}, \vec{C}, \vec{A}) = (\vec{C}, \vec{A}, \vec{B})$
- $(\vec{A}, \vec{B}, \vec{C}) = -(\vec{B}, \vec{A}, \vec{C})$
- $(\vec{A} + \vec{B}, \vec{C}, \vec{D}) = (\vec{A}, \vec{C}, \vec{D}) + (\vec{B}, \vec{C}, \vec{D})$
- On peut sortir les réels en facteur
- $\vec{A} = \vec{0}$ ou $\vec{B} = \vec{0}$ ou $\vec{C} = \vec{0}$
 $(\vec{A}, \vec{B}, \vec{C}) = 0 \Leftrightarrow$ ou $\vec{A} \parallel \vec{B}$ ou $\vec{A} \parallel \vec{C}$ ou $\vec{B} \parallel \vec{C}$
ou $\vec{A}, \vec{B}, \vec{C}$ coplanaires
- $|(\vec{A}, \vec{B}, \vec{C})| = \text{volume du parallélépipède construit sur } \vec{A}, \vec{B}, \vec{C}$

IV. Différentielle d'une fonction à une variable

1. Définition et cas particuliers

$df = f'(x_0)dx$	$\frac{df}{dx} = f'(x)$	$df(x, y) = \frac{\partial f}{\partial x} dx + \frac{\partial f}{\partial y} dy$
$da = 0$	$d(au + bv) = a du + b dv$	$d(\ln u) = \frac{du}{u}$

2. Application aux petites variations

| Pour les petites variations de x, la variation de f s'identifie à sa différentielle ($\Delta f \approx df$)