

# Le modèle du gaz parfait

## P1 – Chapitre 1

### I. Définitions

La thermodynamique est l'**étude des échanges d'énergie**. Il en existe deux types : le travail à l'état macroscopique et la chaleur à l'état microscopique.

L'équilibre d'un système désigne un gaz dans lequel il n'y a **pas de variation des grandeurs** (pression, température) **dans le temps et l'espace**. (Il existe toujours un mouvement aléatoire thermique).

Echelle Celsius :  $\theta = T - 273,15$  (273,15 K : t° d'équilibre entre l'eau solide et l'eau liquide)

### II. Hypothèses

- Les **interactions électrostatiques** sont négligés (car le gaz est très dilué).
- Le **poids** des particules est négligé.

### III. Les gaz monoatomique

$$U = \sum_{i=1}^N \frac{1}{2} m v_i^2 + m c^2$$

$$U = \frac{3}{2} N k T + Cte = \frac{3}{2} n R T + Cte$$

$$U = n C_{mv} T + Cte = m_{gaz} c_v T + Cte$$

$$N_A k = R \quad C_{mv} = \frac{3}{2} R \quad c_v M = C_{mv}$$

$$\sum_{i=1}^N \frac{1}{2} m v_i^2 = \frac{3}{2} N k T \quad (*)$$

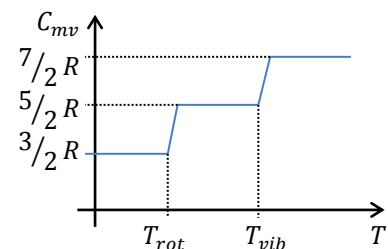
$$u_q^2 = \langle v_i^2 \rangle = \frac{3 k T}{m}$$

U (J) : énergie interne  
 $u_q$  (m.s<sup>-1</sup>) : vitesse quadratique moyenne  
 $C_{mv}$  : capacité thermique molaire à volume cst  
 $c_v$  : capacité thermique massique à volume cst  
 (\*) : température cinétique  
 T (K) : température  
 N : nombre de molécule  
 n (mol) : quantité de matière  
 k : constante de Boltzmann  
 R : constante des gaz parfaits  
 N<sub>A</sub> : constante d'Avogadro

### IV. Les gaz diatomiques

$$U = \sum_{i=1}^N \frac{1}{2} m v_i^2 + m c^2 + \varepsilon_{i_{structure}} = n C_{mv} T + Cte$$

| Gaz diatomique | Température             | $\langle \varepsilon_{i_{structure}} \rangle$ | $C_{mv}$        |
|----------------|-------------------------|-----------------------------------------------|-----------------|
|                | $T < T_{rot}$           | 0                                             | $\frac{3}{2} R$ |
| Indéformable   | $T > T_{rot}$           | $kT$                                          | $\frac{5}{2} R$ |
| Déformable     | $T > T_{vib} > T_{rot}$ | $2kT$                                         | $\frac{7}{2} R$ |



A des températures « normales », les molécules sont indéformables donc  $C_{mv} = \frac{5}{2} R$ .

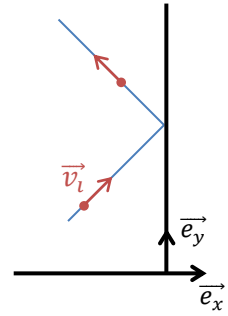
# Le modèle du gaz parfait

P1 – Chapitre 1

## V. Modèle simplifié du gaz parfait

Le mouvement des molécules est comparable à celui de balles de tennis.  
Toutes les directions sont équivalentes.

$$\begin{cases} \langle v_{ix}^2 \rangle = \langle v_{iy}^2 \rangle = \langle v_{iz}^2 \rangle = \frac{u_q^2}{3} \\ \langle v_{ix>0}^2 \rangle = \langle v_{ix<0}^2 \rangle = \frac{u_q^2}{6} \end{cases}$$



## VI. La pression

Quand une molécule heurte la paroi, elle lui cède une quantité de mouvement et est réfléchiée. Elle conserve sa vitesse (et donc son énergie cinétique).

| Calcul                                                                                             | Formule simple                                                                                                                                                                                                                                                                     | Résultat                                                                                                             |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Quantité de mouvement reçue par la surface $\Delta S$ lorsqu'elle est heurtée par une molécule $i$ |                                                                                                                                                                                                                                                                                    | $\vec{p}_u = 2mv_{ix}\vec{e}_x$                                                                                      |
| Nombre de particules de vitesse $\vec{v}_i$ qui heurtent $\Delta S$ pendant $\Delta t$             | $N_{part} = \frac{\overbrace{N(\vec{v}_i)}^{\text{densité de part de vitesse } \vec{v}_i}}{\underbrace{V}_{\text{vol cylindre contenant ces particules}}} \overbrace{\Delta S \cdot \vec{v}_i \Delta t}^{\text{}} \\ N_{part} = \frac{N(\vec{v}_i)}{V} \Delta S v_{ix>0} \Delta t$ |                                                                                                                      |
| Quantité de mouvement reçue par $\Delta S$ pendant $\Delta t$ par ces particules                   | $\vec{p}_i = N_{part} \vec{p}_u$                                                                                                                                                                                                                                                   | $\vec{p}_i = 2m \frac{N(\vec{v}_i)}{V} \Delta S v_{ix>0}^2 \Delta t \vec{e}_x$                                       |
| Quantité de mouvement totale reçue par $\Delta S$ pendant $\Delta t$                               | $\vec{p}_2 = \sum_{i=1}^N \vec{p}_i$                                                                                                                                                                                                                                               | $\vec{p}_2 = \frac{2m \Delta S \Delta t}{V} \vec{e}_x \sum_{i=1}^N N(\vec{v}_i) v_{ix>0}^2$                          |
| Force reçue par $\Delta S$                                                                         | $\vec{f} = \frac{\vec{p}_2}{\Delta t}$                                                                                                                                                                                                                                             | $\vec{f} = \frac{2m \Delta S}{V} \vec{e}_x \sum_{i=1}^N N(\vec{v}_i) v_{ix>0}^2$                                     |
| Pression                                                                                           | $P = \frac{\ \vec{f}\ }{\Delta S}$                                                                                                                                                                                                                                                 | $P = \frac{2mN}{V} \frac{\sum_{i=1}^N N(\vec{v}_i) v_{ix>0}^2}{N} \\ = \langle v_{ix>0}^2 \rangle = \frac{u_q^2}{6}$ |

$$P = \frac{mN}{V} \frac{u_q^2}{3} = \frac{NkT}{V} \Leftrightarrow PV = nRT$$

**Pression partielle d'un gaz** : pression du gaz seul à la même  $t^\circ$  et au même  $V$ .  $P = P_1 + P_2$

## VII. Equation de Van der Waals

$$\left( P + a \cdot \frac{n^2}{V^2} \right) \underbrace{(V - nb)}_{\text{volume du vide}} = nRT$$

$b = N_A v$  : covolume molaire ( $v$  volume d'une molécule)  
 $a$  : constante qui dépend de l'espèce

## VIII. Développement du viriel

$$PV = nRT \left( 1 + \frac{An}{V} + \frac{Bn^2}{V} + \dots \right) \quad \text{On doit retrouver } PV = nRT \text{ quand } P \rightarrow 0 \text{ et } V \rightarrow +\infty$$