

Ondes électromagnétiques

P4-2 – Chapitre 1

I. Equation de propagation

$$\begin{aligned}\Psi_{\pm}(x, t) &= a \cos(\omega t - \vec{k}_{\pm} \cdot \vec{OM}) \\ \Psi_{\pm}(x, t) &= a e^{j(\omega t - \vec{k}_{\pm} \cdot \vec{OM})}\end{aligned}$$

$$\vec{k}_{\pm} = \pm \frac{\omega}{v} \vec{u}_{\text{propag}}$$

↪ vecteur d'onde
donne sens de propag

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \quad \lambda = vT$$

$$\frac{\partial \Psi}{\partial t} = j\omega \Psi \quad \nabla \Psi = \frac{\partial \Psi}{\partial x} = -jk \Psi \quad \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2} \Leftrightarrow \Delta \Psi = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2}$$

Equation de propagation
de D'Alembert

Types d'ondes :

- **Transversale** : déplacement $\perp$ à la direction de propagation
- **Longitudinale** : déplacement $//$ à la direction de propagation

II. Ondes électromagnétiques

	Equations de Maxwell		Equations de propagation	Valeur
$\vec{B}$	$\text{div } \vec{B} = 0$	$\text{rot } \vec{B} = \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$	$\Delta \vec{B} = \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2}$	$\vec{B} = \frac{\vec{k} \wedge \vec{E}}{\omega}$
$\vec{E}$	$\text{div } \vec{E} = 0$	$\text{rot } \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$	$\Delta \vec{E} = \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$	$\vec{E} = -\frac{\vec{k} \wedge \vec{B}}{\omega \varepsilon_0 \mu_0}$

$$c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}}$$

$\vec{E}$ et $\vec{B}$ sont perpendiculaire à la direction de propagation (transversaux). $(\vec{k}, \vec{E}, \vec{B})$ forme un trièdre direct.

$$\vec{E}(M, t) = \Psi(M, t) \vec{u}_{\text{pol}}$$

III. Aspect énergétique des ondes $\vec{E}, \vec{B}$

$$\begin{aligned}\|\vec{E}\| &= \frac{\|\vec{B}\|}{c} \\ w &= \frac{1}{\mu_0} \|\vec{B}\|^2 = \varepsilon_0 \|\vec{E}\|^2 = \frac{\varepsilon_0}{2} \|\vec{E}\|^2 + \frac{1}{2\mu_0} \|\vec{B}\|^2\end{aligned}$$

$$\vec{R} = \frac{\vec{E} \wedge \vec{B}}{\mu_0} = \frac{\vec{E}^2}{v\mu_0} \vec{u}_p$$

$$\langle \vec{R} \rangle = \langle w \rangle v_e \vec{u}_p$$

$$\mathcal{E}(t) = \frac{dP}{dS} = \frac{\vec{R} \cdot \vec{dS}}{dS} = \|\vec{R}\| \cos \theta_i$$

$$\begin{aligned}\mathcal{E}(t) &= a_e \vec{E}^2 \cos \theta_i \\ \mathcal{E} &= a_e \langle \vec{E}^2 \rangle \cos \theta_i\end{aligned} \quad \text{avec} \quad a_e = \frac{1}{v\mu_0}$$

- w : densité d'énergie électromagnétique
 $\vec{R}$: vecteur de Poynting
 v_e : vitesse de propagation de l'énergie
 P : puissance reçue par dS
 $\mathcal{E}$: éclairement
 θ_i : angle d'incidence de l'onde

IV. Polarisation

La polarisation correspond à l'orientation du champ magnétique. On cherche à déterminer ce que voit un observateur placé en O' voyant l'onde venir vers lui.

On étudie la polarisation de $\vec{E} = a \cos(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{OM}) \vec{u}$

- $\vec{u} = \vec{cst} \Rightarrow$ polarisation rectiligne
- $\|\vec{E}\| = cst \Rightarrow$ polarisation circulaire
- Sinon $\Rightarrow$ polarisation elliptique

Si non rectiligne, on pose $\varphi = \omega t - \vec{k} \cdot \vec{OM}$ et on étudie $\vec{E}$ pour différentes valeurs de φ pour déterminer la polarisation et son sens (gauche ou droite selon le sens quand on est en haut de l'axe).

V. Chemin optique

1. Définition

$$L_{AB} = \int_{\widehat{AB}} n(s) ds = \int_{\widehat{AB}} \frac{c}{v(s)} ds$$

C'est la distance parcourue dans le vide pendant la même durée que pour aller de A à B. C'est la distance multipliée par l'indice du milieu.

Si le milieu est homogène, $L_{AB} = n \widehat{AB}$

Pour plusieurs milieux traversés en ligne droite, $L_{AB} = \sum n_i d_i$

2. Pour une OPPM

$$s(x, t) = A \cos(\omega t - k_0 L_{OM})$$