

Champ et énergie électrostatiques

P5 – Chapitres 1 et 2

		Charge	Champ électrostatique	Force de Coulomb	Potentiel électrostatique	Energie électrostatique
Discrète	Charge ponctuelle	$Q = ke$	$\vec{E}_l(M) = \frac{q_i}{4\pi\epsilon_0} \frac{\vec{P_l M}}{P_l M^3}$	$\vec{f}_{l \rightarrow t} = q_t \vec{E}_l(M)$	$V_i(M) = \frac{q_i}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{P_i M} + cst$	$U_E = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N q_i V(M_i)$
	Discrète	$\sum q_i$	$\vec{E}(M) = \sum \vec{E}_l(M)$	$\vec{f}_{1, \dots, N \rightarrow t} = q_t \sum_{i=1}^N \vec{E}_l(M)$	$V(M) = \sum V_i(M)$	$U_E = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1, j \neq i}^N \frac{q_i q_j}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{M_i M_j}$
Continue	Différentielle	$d^x q$	$d^x \vec{E}(M) = \frac{d^x q}{4\pi\epsilon_0} \frac{\vec{P M}}{P M^3}$		$d^x V(M) = \frac{d^x q}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{P M}$	$d^x U_E = \frac{1}{2} V(P) d^x q$
	Volumique	$Q = \iiint_V \rho(P) d^3 \tau_P$	$\vec{E}(M) = \iiint_V \frac{\rho(P)}{4\pi\epsilon_0} \frac{\vec{P M}}{P M^3} d^3 \tau_P$		$V(M) = \iiint_{V_{dist}} \frac{\rho(P)}{4\pi\epsilon_0} \frac{d^3 \tau_P}{P M} + c$	$U_E = \frac{1}{2} \iiint_{V_{dist}} \rho(P) V(P) d^3 \tau_P$
	Surfacique	$Q = \iint_S \sigma(P) d^2 S_P$	$\vec{E}(M) = \iint_S \frac{\sigma(P)}{4\pi\epsilon_0} \frac{\vec{P M}}{P M^3} d^2 S_P$		$V(M) = \iint_S \frac{\sigma(P)}{4\pi\epsilon_0} \frac{d^2 S_P}{P M} + c$	$U_E = \frac{1}{2} \iint_S \sigma(P) V(P) d^2 S_P$
	Linéique	$Q = \int_L \lambda(P) dl_P$	$\vec{E}(M) = \int_L \frac{\lambda(P)}{4\pi\epsilon_0} \frac{\vec{P M}}{P M^3} dl_P$		$V(M) = \int_L \frac{\lambda(P)}{4\pi\epsilon_0} \frac{dl_P}{P M} + c$	$\emptyset$

Relation locale avec $\vec{E}$:

$$\vec{E}(M) = -\vec{\text{grad}}_M V(M)$$

Relation intégrale avec $\vec{E}$:

$$\int_A^B \vec{E}(M) \cdot d\vec{r} = V(A) - V(B)$$

Relation de Poisson :

$$\Delta_M V(M) + \frac{\rho(M)}{\epsilon_0} = 0$$

Théorème de Gauss :

Soient V_{dist} dist. volumique S_{Gauss} surface qqque englobant V_{Gauss} $P \in V_{dist}$ $M \in S_{Gauss}$

$$\phi = \oiint_{S_{Gauss}} \vec{E}(M) \cdot d^2 S_M = \iiint_{V_{Gauss}} \frac{\rho(P)}{\epsilon_0} d^3 \tau_P = \frac{Q_{Gauss}}{\epsilon_0}$$

Forme intégrale

$$\text{div}_P \vec{E}(P) = \frac{\rho(P)}{\epsilon_0}$$

Forme locale

I. Le champ électrostatique

1. Propriétés de la charge

La charge est **quantifiée** ($Q = ke$) grandeur **extensive**, **conservative**, et **scalaire**.

2. Invariances

- **Translation** : Distribution identique $\forall z \Rightarrow E(x, y, z)$ identique $\forall z$.
- **Rotation** : Distribution identique $\forall \varphi \Rightarrow E(\rho, \varphi, z)$ identique $\forall \varphi$.

3. Symétries

- **Symétrie plan** : $\vec{E} \in (\text{plan de symétrie})$
- **Symétrie axiale** : $\vec{E} \in (\text{axe de symétrie})$
- **Antisymétrie plane** : $\vec{E} \perp (\text{plan de symétrie})$

4. Discontinuité de la composante normale du champ à la traversée d'une surface chargée

$$\lim_{\substack{M_1 \rightarrow M \\ M_2 \rightarrow M}} [\vec{E}(M_2) - \vec{E}(M_1)] = \frac{\sigma(M)}{\epsilon_0} \vec{n}_{1 \rightarrow 2}$$

II. Le potentiel électrostatique

1. Propriétés de la fonction potentiel

a. Surface équipotentielle

Le champ électrique est **perpendiculaire** en tout point de la **surface équipotentielle**.

b. Lignes de champ

Ces sont des courbes **tangentes** en tout point **au champ**. $\forall \curvearrowright$ en suivant la ligne de champ. Elles **divergent d'une charge positive** (V_{max}) et **convergent vers une charge négative** (V_{min}).

2. L'énergie en fonction du champ électrique

$$U_E = \frac{\epsilon_0}{2} \iiint_{B(O,R)} E^2(P) d^3\tau_P \quad \text{à grande distance}$$