

L'énergie électrostatique

P5 – Chapitre 2

I. La fonction potentiel électrostatique

1. Distribution discrète de charges

Charge ponctuelle :

$$V_i(M) = \frac{q_i}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{P_i M} + cst$$

Distribution discrète :

$$V(M) = \sum V_i(M)$$

2. Distribution continue de charges

Différentielle	Volumique	Surfacique	Linéique
$d^x V(M) = \frac{d^x q}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{PM}$	$V(M) = \iiint_{V_{dist}} \frac{\rho(P) d^3\tau_P}{4\pi\epsilon_0 PM} + c$ $\forall M$	$V(M) = \iint_S \frac{\sigma(P) d^2S_P}{4\pi\epsilon_0 PM} + c$ $\forall M$	$V(M) = \int_L \frac{\lambda(P) dl_P}{4\pi\epsilon_0 PM} + c$ $\forall M \notin L$

$$V_{dist} \text{ fini} \Leftrightarrow V(\infty) = C = 0$$

3. Relations avec les grandeurs physiques mesurables

Relation locale avec $\vec{E}$:

$$\vec{E}(M) = -\overrightarrow{\text{grad}_M} V(M)$$

Relation intégrale avec $\vec{E}$:

$$\int_A^B \vec{E}(M) \cdot d\vec{r} = V(A) - V(B)$$

Relation de Poisson :

$$\Delta_M V(M) + \frac{\rho(M)}{\epsilon_0} = 0$$

4. Propriétés de la fonction potentiel

a. Surface équipotentielle

Le champ électrique est **perpendiculaire** en tout point de la **surface équipotentielle**.

b. Lignes de champ

Ces sont des courbes **tangentes** en tout point **au champ**. $V \searrow$ en suivant la ligne de champ.
Elles **divergent d'une charge positive** (V_{max}) et **convergent vers une charge négative** (V_{min}).

II. L'énergie électrostatique dans une distribution

1. Distribution de charges

Discrète	Volumique	Surfacique
$U_E = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N q_i V(M_i) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^N \frac{q_i q_j}{4\pi\epsilon_0 M_i M_j}$	$U_E = \frac{1}{2} \iiint_{V_{dist}} \rho(P) V(P) d^3\tau_P$	$U_E = \frac{1}{2} \iint_S \sigma(P) V(P) d^2S_P$

2. L'énergie en fonction du champ électrique

$$U_E = \frac{\epsilon_0}{2} \iiint_{B(O,R)} E^2(P) d^3\tau_P \quad \text{à grande distance}$$