

Le champ magnétique en régime stationnaire

P5 – Chapitre 5

I. Le champ magnétique $\vec{B}$

1. Distribution discrète de charges

$$\boxed{\vec{f}_{1,\dots,N \rightarrow t} = q_t \vec{v} \wedge \vec{B}} \quad \left\{ \begin{array}{l} 1 \text{ charge pct : } \vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} q_1 \vec{v}_1 \wedge \frac{\vec{P}_1 \vec{M}}{P_1 M^3} \\ N \text{ charges pct : } \vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \sum_{i=1}^N q_i \vec{v}_i \wedge \frac{\vec{P}_i \vec{M}}{P_i M^3} \end{array} \right.$$

$\vec{f}_{1 \rightarrow 2} \neq \vec{f}_{2 \rightarrow 1}$ et $\delta W(\vec{f}) = 0$

2. Distribution continues de charges

	Volumique	Surfacique	Linéique
Densité de charges	$\vec{j} = \rho_m \vec{v}$	$\vec{j}_s = \sigma_m \vec{v}$	
$I = Dq = \frac{dq}{dt}$	$\iint_S \vec{j} \cdot d^2 \vec{S}$	$\int_L \vec{j}_s \cdot d\vec{l}$	$\lambda_m v$
$\vec{B}(M)$ Biot-Savart	$\frac{\mu_0}{4\pi} \iiint_V \vec{j} \wedge \frac{\vec{PM}}{PM^3} d^3 \tau_P$	$\frac{\mu_0}{4\pi} \iint_S \vec{j}_s \wedge \frac{\vec{PM}}{PM^3} d^2 S_P$	$\frac{\mu_0}{4\pi} \oint_{L_{cond}} I d\vec{r} \wedge \frac{\vec{PM}}{PM^3}$

3. Conservation de la charge électrique et régime permanent

$$\boxed{\frac{\partial \rho(M)}{\partial t} = -\underbrace{\text{div } \vec{j}(M)}_{\text{en régime perm.}} = 0}$$

$\text{div } \vec{E} > 0 \Leftrightarrow$ les lignes de champ divergent
 $\text{div } \vec{E} = 0 \Leftrightarrow$ les lignes de champ se referment
 $\text{div } \vec{E} < 0 \Leftrightarrow$ les lignes de champ convergent

II. Théorème d'Ampère

Forme locale :

$$\boxed{\text{rot } \vec{B}(M) = \mu_0 \vec{j}(M)}$$

Forme intégrale :

$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{r} = \mu_0 \sum_{i=1}^N I_{i,Amp}$$

C : contour fermé
 N : nombre de fils
 $I_{i,Amp}$: intensités traversant C

$\boxed{\text{div } \vec{B}(M) = 0} \Rightarrow$ les lignes de champ magnétique se referment. Il n'y a pas de charge magnétique.

III. Potentiel vecteur $\vec{A}$

$$\boxed{\vec{B} = \text{rot } \vec{A}}$$

Distribution volumique	Distribution surfacique	Distribution linéique
$\vec{A} = \frac{\mu_0}{4\pi} \iiint_V \frac{\vec{j}(P)}{PM} d^3 \tau_P + \text{grad } \varphi(M)$	$\vec{A} = \frac{\mu_0}{4\pi} \iint_S \frac{\vec{j}_s(P)}{PM} d^2 S_P + \text{grad } \varphi(M)$	$\vec{A} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \oint_C \frac{d\vec{r}_P}{PM} + \text{grad } \varphi(M)$

Flux de champ magnétique : $\boxed{\oiint_S \vec{B}(M) \cdot d^2 \vec{S}_M = \oint_C \vec{A} \cdot d\vec{r}}$

Le champ magnétique en régime stationnaire

P5 – Chapitre 5

IV. Invariances et symétries

1. Invariances

- **Translation :** $\vec{B}(\rho, \varphi, z) = \vec{B}(\rho, \varphi, z')$
- **Rotation :** $\|\vec{B}(\rho, \varphi, z)\| = \|\vec{B}(\rho, \varphi', z)\|$

2. Symétries

- **Symétrie plan :**
 - $\vec{j}$ et $\vec{j}' \perp \text{plan} \Rightarrow \vec{B} + \vec{B}' = \vec{0}$
 - Sinon $\Rightarrow \vec{B} + \vec{B}' \perp \text{plan}$
- **Asymétrie plan :** $\Rightarrow \vec{B} + \vec{B}' \in \text{plan}$

V. Applications

1. Distribution volumique rectiligne uniforme symétrique cylindrique

$$\vec{B}_{ext}(M) = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \vec{e}_\varphi$$

$$\vec{B}_{int}(M) = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \frac{\rho}{R^2} \vec{e}_\varphi$$

2. Discontinuité du champ magnétique a la traversée d'une distribution surfacique de courants

$$\lim_{\substack{M_1 \rightarrow M^+ \\ M_2 \rightarrow M^-}} [\vec{B}(M_2) - \vec{B}(M_1)] = \mu_0 \vec{j}_s \wedge \vec{n}_{1 \rightarrow 2}$$

$$\lim_{\substack{M_1 \rightarrow M^+ \\ M_2 \rightarrow M^-}} [\vec{B}(M_2) \cdot \vec{n}_{1 \rightarrow 2} - \vec{B}(M_1) \cdot \vec{n}_{1 \rightarrow 2}] = 0 \quad \text{et} \quad \lim_{\substack{M_1 \rightarrow M^+ \\ M_2 \rightarrow M^-}} [\vec{B}(M_2) \wedge \vec{n}_{1 \rightarrow 2} - \vec{B}(M_1) \wedge \vec{n}_{1 \rightarrow 2}] = -\mu_0 \vec{j}_s$$