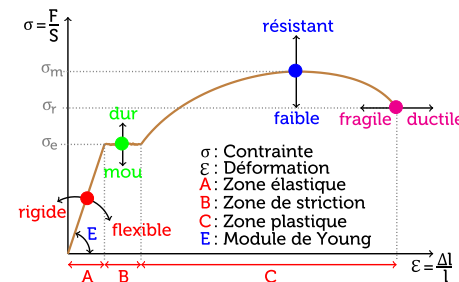


Récapitulatif de résistance des matériaux

P9-12 - Résumé

Sollicitation	$\{\mathcal{T}_{coh}\}$	$\vec{\mathcal{C}}(\mathbf{M}, \vec{n})$	Formules / Remarques		
Extension ($N > 0$) Compression ($N < 0$)	$\begin{Bmatrix} N & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_G$	$\sigma \vec{n}$	$N = \int_S \sigma dS$	$\sigma = \frac{N}{S}$ si effort uniforme	$\sigma_x = E \varepsilon_x$ $\varepsilon_x = \frac{du(x)}{dx}$ $\varepsilon_y = \frac{dv(y)}{dy} = -\nu \varepsilon_x$
Cisaillement	$\begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ T_y & 0 \\ T_z & 0 \end{Bmatrix}_G$	$\tau \vec{t}$	$T = \int_S \tau dS$	$\tau = \frac{T}{S}$ si τ uniforme	$\tau = G \gamma$ $\gamma = \frac{dy}{dx}$ $G = \frac{E}{2(1+\nu)}$
Torsion simple	$\begin{Bmatrix} 0 & \vec{m}_t \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_G$	$\tau \vec{z}'$	$\theta = \frac{d\alpha}{dx}$	$\tau = G \theta \rho$ $\rho = GM$	$m_t = G \theta I_0$ $\tau = \frac{m_t}{I_0} \rho$
Flexion plane simple	$\begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ T_y & 0 \\ 0 & m_{fz} \end{Bmatrix}_G$	$\sigma \vec{n} + \tau \vec{t}$	$\frac{\Delta l}{l} = \frac{\lambda}{\rho} y$ $\lambda > 0$	$\sigma = -\frac{m_{fz}}{I_{Gz}} y + \frac{m_{fy}}{I_{Gy}} z + \frac{N}{S}$	$\tau_{xy} = \tau_{yx}$ $\begin{cases} EI_{Gz} y'' = m_{fz} \\ EI_{Gy} z'' = -m_{fy} \end{cases}$ Flexion dérivée Encastrement : $y(0) = y'(0) = 0$ Appuis simples : $y(0) = y(l) = 0$ Conditions aux limites
Flambement	(appuis) $\begin{Bmatrix} -F & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & -yF \end{Bmatrix}_G$	$y'' + \frac{F}{EI_{Gz}} y = 0$	$y = B \sin\left(\frac{k\pi}{l} x\right)$	$y = A \cos(\omega x) + B \sin(\omega x)$ $\omega^2 = \frac{F}{EI_{Gz}}$	$F = \frac{\pi^2 EI_{Gz}}{L^2}$
	(encastré) $\begin{Bmatrix} -F & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & -yF + m_B \end{Bmatrix}_G$	$y'' + \frac{F}{EI_{Gz}} y = \frac{m_B}{EI_{Gz}}$	$y = -\frac{m_B}{F} \cos\left(\frac{2k\pi}{l} x\right)$	$y_G = A \cos(\omega x) + B \sin(\omega x)$ $y_P = \frac{m_B}{F}$	$\begin{cases} \text{Appui simple / Appui simple : } L=l \\ \text{Appui simple / Encastrement : } L=0,7l \\ \text{Encastrement / Encastrement : } L=0,5l \end{cases}$

- Limite élastique : (σ_e, τ_e)
- Limite à la rupture : (σ_r, τ_r)
- Critère de Rankine : $\sigma_{max} \leq \sigma_e$
- Critère de Guest : $\tau_{max} \leq \tau_e$
- Coef. de sécurité : $\sigma_{pe} = \frac{\sigma_e}{k}$
- Coef. de concentr° de contrainte : $\sigma_{max} = a \sigma_{rdm}$



Valeurs courantes :

- $\nu_{acier} = 0,3$
- $E_{fontes} = 60-160 \text{ MPa}$
- $E_{acier} = 210 \text{ MPa}$
- $E_{cuivre} = 120 \text{ MPa}$
- $E_{alu} = 70 \text{ MPa}$

Récapitulatif de résistance des matériaux

P9-12 - Résumé

I. Torseur

1. Définition

$$\{\mathcal{T}\} = \left\{ \frac{\vec{R}}{\vec{m}_A} \right\}_A = \left\{ \frac{\vec{R}}{\vec{m}_B = \vec{m}_A + \vec{BA} \wedge \vec{R}} \right\}_B = \begin{pmatrix} R_x & m_x \\ R_y & m_y \\ R_z & m_z \end{pmatrix}_A$$

3. Classification

- Torseur nul** ($C = 0$) : $\{\mathcal{T}\} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}_M$ $cst \forall M$
- Torseur couple** ($C = 0$) : $\{\mathcal{T}\} = \begin{pmatrix} 0 \\ \vec{m} \end{pmatrix}_M$ $cst \forall M$
- Torseur glisseur** ($C = 0$) : $\{\mathcal{T}\} = \left\{ \frac{\vec{R}}{\vec{m}_A} \right\}_A$ $\vec{m}_A \perp \vec{R}$
- Torseur général** ($C \neq 0$) : $\{\mathcal{T}\} = \left\{ \frac{\vec{R}}{\vec{m}_A} \right\}_A = \underbrace{\left\{ \frac{\vec{R}}{\vec{m}_A} \right\}_A}_{\vec{m}_A \perp \vec{R}} + \underbrace{\left\{ \frac{0}{\vec{m}_A^2} \right\}_A}_{\vec{m}_A^2 \parallel \vec{R}}$

Torseur glisseur
Torseur couple

2. Propriétés

- $\vec{m}_P \cdot \vec{PM} = \vec{m}_M \cdot \vec{PM}$
Equiprojectivité
- $C = \vec{R} \cdot \vec{m}_P = \vec{R} \cdot \vec{m}_M$
Invariant scalaire
- $\mathcal{P} = \vec{R}_1 \cdot \vec{m}_{2P} = \vec{R}_2 \cdot \vec{m}_{1P}$
Comoment

Axe du glisseur : $\vec{AP} = \frac{\vec{R} \wedge \vec{m}_A}{R^2} + \lambda \vec{R}$
 $\lambda = 0 \Leftrightarrow \vec{m} = 0$

II. Principe fondamental de la statique (PFS)

$$\{\mathcal{T}_{\bar{e}/e}\} = \{0\} \Rightarrow \begin{cases} \vec{R}_{\bar{e}/e} = \vec{0} \\ \vec{m}_{\bar{e}/e} = \vec{0} \end{cases} \quad (\exists M \Rightarrow \forall F)$$

III. Torseur de cohésion

$$\{\mathcal{T}_{coh}\}_G = \{\mathcal{T}_{E_2/E_1}\} = -\{\mathcal{T}_{E/E_1}\} = \{\mathcal{T}_{E/E_2}\} = \begin{pmatrix} N & m_t \\ T_y & m_{fy} \\ T_z & m_{fz} \end{pmatrix}_G$$

N : Effort normal
 T : Effort tranchant
 m_t : Moment de torsion
 m_f : Moment de flexion

$$\begin{aligned} \frac{dN}{dx} &= -f(x) & \frac{dm_t}{dx} &= 0 \\ \frac{dT_y}{dx} &= -p(x) & \frac{dm_{fy}}{dx} &= T_z(x) \\ \frac{dT_z}{dx} &= -q(x) & \frac{dm_{fz}}{dx} &= -T_y(x) \end{aligned}$$

IV. Vecteur contrainte

$$\vec{C}(M, \vec{n}) = \frac{d\vec{f}}{dS} = \sigma \vec{n} + \tau \vec{t} \quad \{\mathcal{T}_{coh}\} = \int_S \{d\mathcal{T}\} = \left\{ \begin{aligned} &\int_S \vec{C}(M, \vec{n}) dS \\ &\int_S \vec{GM} \wedge \vec{C}(M, \vec{n}) dS \end{aligned} \right\}_G$$

V. Moments quadratiques

$$I_G = \int_S \rho^2 dS$$

moment quadratique polaire (mm⁴)

$$I_{Gy} = \int_S z^2 dS$$

moment quadratique autour de l'axe (G, $\vec{y}$)

$$I_{Gz} = \int_S y^2 dS$$

moment quadratique autour de l'axe (G, $\vec{z}$)

$$I_{Gyz} = \int_S yz dS$$

moment quadratique autour de l'axe (G, $\vec{z}$)

$$I_G = I_{Gy} + I_{Gz}$$

1. Théorème de Huygens

$$\begin{aligned} I_0 &= (y_G^2 + z_G^2)S + I_G \\ I_{0y} &= z_G^2 S + I_{Gy} \\ I_{0z} &= y_G^2 S + I_{Gz} \end{aligned}$$

2. Valeurs importantes

Circulaire	$I_G = \frac{\pi D^4}{32}$	$I_{Gy} = I_{Gz} = \frac{I_G}{2}$
Circulaire creuse	$I_G = \frac{\pi(D^4 - d^4)}{32}$	$I_{Gy} = I_{Gz} = \frac{I_G}{2}$
Rectangulaire	$I_G = \frac{hb(b^2 + h^2)}{12}$	$I_{Gy} = \frac{h^3 b}{12}$ $I_{Gz} = \frac{hb^3}{12}$
Carré	$I_G = \frac{a^4}{6}$	$I_{Gy} = I_{Gz} = \frac{I_G}{2}$