

I. Produit scalaire et produit vectoriel

$$\begin{pmatrix} x_u \\ y_u \\ z_u \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_v \\ y_v \\ z_v \end{pmatrix} = x_u x_v + y_u y_v + z_u z_v \quad \begin{pmatrix} x_u \\ y_u \\ z_u \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} x_v \\ y_v \\ z_v \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y_u z_v - y_v z_u \\ z_u x_v - z_v x_u \\ x_u y_v - x_v y_u \end{pmatrix}$$

II. Torseur

1. Définition et transport

$$\boxed{\{\mathcal{T}\} = \left\{ \begin{matrix} \vec{R} \\ \vec{m}_A \end{matrix} \right\}_A = \left\{ \begin{matrix} \vec{R} \\ \vec{m}_B = \vec{m}_A + \vec{BA} \wedge \vec{R} \end{matrix} \right\}_B} \quad \{\mathcal{T}\} = \begin{pmatrix} R_x & m_x \\ R_y & m_y \\ R_z & m_z \end{pmatrix}_A$$

2. Propriétés

- On somme et on compare 2 torseurs au même point.

- Equiprojectivité :** $\vec{m}_P \cdot \vec{PM} = \vec{m}_M \cdot \vec{PM}$

- Invariant scalaire :** $C = \vec{R} \cdot \vec{m}_P = \vec{R} \cdot \vec{m}_M$

- Comoment :** $\mathcal{P} = \vec{R}_1 \cdot \vec{m}_{2P} = \vec{R}_2 \cdot \vec{m}_{1P}$

3. Classification

- Torseur nul** ($C = 0$) : $\{\mathcal{T}\} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}_M \quad \text{cst } \forall M$

- Torseur couple** ($C = 0$) : $\{\mathcal{T}\} = \begin{pmatrix} 0 \\ \vec{m} \end{pmatrix}_M \quad \text{cst } \forall M$

- Torseur glisseur** ($C = 0$) : $\{\mathcal{T}\} = \begin{pmatrix} \vec{R} \\ \vec{m}_A \end{pmatrix}_A \quad \vec{m}_A \perp \vec{R} \quad \text{Axe du glisseur : } \vec{AP} = \frac{\vec{R} \wedge \vec{m}_A}{R^2} + \lambda \vec{R}$
 $\lambda = 0 \Leftrightarrow \vec{m} = 0$

- Torseur général** ($C \neq 0$) : $\{\mathcal{T}\} = \begin{pmatrix} \vec{R} \\ \vec{m}_A \end{pmatrix}_A = \underbrace{\begin{pmatrix} \vec{R} \\ \vec{m}_A^1 \end{pmatrix}_A}_{\substack{\text{Torseur glisseur} \\ \vec{m}_A^1 \perp \vec{R}}} + \underbrace{\begin{pmatrix} 0 \\ \vec{m}_A^2 \end{pmatrix}_A}_{\substack{\text{Torseur couple} \\ \vec{m}_A^2 \parallel \vec{R}}}$

III. Statique du solide

1. Torseur des actions mécaniques

$$\boxed{\{\mathcal{T}\} = \begin{pmatrix} \vec{F} \\ 0 \end{pmatrix}_A} \quad \text{force } \vec{F} \text{ appliquée en } A$$

$$\boxed{\{\mathcal{T}\} = \begin{pmatrix} 0 \\ \vec{m} \end{pmatrix}_M} \quad \text{moment } \vec{m}$$

2. Principe fondamental de la statique (PFS)

Il existe un repère galiléen tel que pour tout sous ensemble e de E , le torseur des actions mécaniques extérieures à e est nul.

$$\boxed{\{\mathcal{T}_{\bar{e}/e}\} = \{0\}} \Rightarrow \begin{cases} \vec{R}_{\bar{e}/e} = \vec{0} \\ \vec{m}_{\bar{e}/e} = \vec{0} \end{cases} \quad (\exists M \Rightarrow \forall F)$$