

I. Définition d'une poutre

1. Définition et conditions

- 1 longueur grande devant les autres
- ligne moyenne droite ou à fort rayon de courbure
- section constante ou progressivement variable

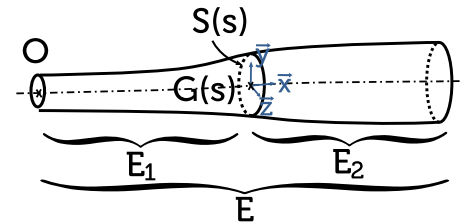
2. Hypothèses du matériau

- Continu
- Homogène
- Isotrope

II. Torseur de cohésion

1. Définition

$$\{\mathcal{T}_{coh}\}_{G(s)} = \{\mathcal{T}_{E_2/E_1}\} = -\{\mathcal{T}_{E_1/E_2}\} = \{\mathcal{T}_{E/E_2}\}$$



$$\{\mathcal{T}_{coh}\} = \begin{Bmatrix} N & m_t \\ T_y & m_{fy} \\ T_z & m_{fz} \end{Bmatrix}_G \quad T = \sqrt{T_y^2 + T_z^2} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} N : & \text{Effort normal} \\ T : & \text{Effort tranchant} \\ m_t : & \text{Moment de torsion} \\ m_f : & \text{Moment de flexion} \end{cases}$$

2. Relations pour une poutre soumise à une force linéique

$$\overrightarrow{f(x)} = \begin{Bmatrix} f(x) \\ p(x) \\ q(x) \end{Bmatrix}$$

$$\begin{array}{ll} \frac{dN}{dx} = -f(x) & \frac{dm_t}{dx} = 0 \\ \frac{dT_y}{dx} = -p(x) & \frac{dm_{fy}}{dx} = T_z(x) \\ \frac{dT_z}{dx} = -q(x) & \frac{dm_{fz}}{dx} = -T_y(x) \end{array}$$

III. Vecteur contrainte

1. Définition

$$\vec{C}(M, \vec{n}) = \frac{d\vec{f}}{dS} = \sigma \vec{n} + \tau \vec{t} \quad \left| \begin{array}{l} \vec{C}(M, \vec{n}) \text{ (Pa)} : \text{vecteur contrainte en } M \text{ sur la facette de normale } \vec{n} \\ \sigma : \text{contrainte normale} \\ \tau : \text{contrainte tangentielle} \end{array} \right.$$

2. Lien entre vecteur contrainte et torseur de cohésion

$$\{d\mathcal{T}\} = \begin{Bmatrix} \vec{C}(M, \vec{n}) \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_M = \begin{Bmatrix} \vec{C}(M, \vec{n}) dS \\ \vec{GM} \wedge \vec{C}(M, \vec{n}) dS \end{Bmatrix}_G \quad \{\mathcal{T}_{coh}\} = \int_S \{d\mathcal{T}\} = \begin{Bmatrix} \int_S \vec{C}(M, \vec{n}) dS \\ \int_S \vec{GM} \wedge \vec{C}(M, \vec{n}) dS \end{Bmatrix}_G$$

3. Propriétés

- $\vec{C}(M, \vec{n}) = -\vec{C}(M, -\vec{n})$
- Les déformations et contraintes de plusieurs AM sont les sommes des déformations et contraintes de chaque AM.

IV. Critère de résistance

- Limite élastique : (σ_e, τ_e)
- Limite à la rupture : (σ_r, τ_r)
- Critère de Rankine : $\sigma_{max} \leq \sigma_e$
- Critère de Guest : $\tau_{max} \leq \tau_e$