

Cinématique

P9-12 – Cinématique – Chapitre 2

$M, P \in (S)$ $\mathcal{R}$ mobile dans $\mathcal{R}_0$ O' fixe dans $\mathcal{R}$

I. Définitions des grandeurs cinématiques

Position	Vitesse	Accélération
$\overrightarrow{OM} = x\overrightarrow{x_0} + y\overrightarrow{y_0} + z\overrightarrow{z_0}$	$\overrightarrow{v_{M/S/\mathcal{R}_0}} = \left(\frac{d\overrightarrow{OM}}{dt} \right)_{\mathcal{R}_0}$	$\overrightarrow{a_{M/S/\mathcal{R}_0}} = \left(\frac{d\overrightarrow{v_{M/S/\mathcal{R}_0}}}{dt} \right)_{\mathcal{R}_0} = \left(\frac{d^2\overrightarrow{OM}}{dt^2} \right)_{\mathcal{R}_0}$

II. Vecteur vitesse de rotation

$$\vec{\Omega} = \overrightarrow{\Omega_{\mathcal{R}/\mathcal{R}_0}} = \omega \overrightarrow{u_z} \quad \left| \begin{array}{l} \omega : \text{vitesse de rotation de } \mathcal{R}/\mathcal{R}_0 \\ \overrightarrow{u_z} : \text{axe de rotation} \end{array} \right.$$

III. Formule de Bour

$$\left(\frac{d\vec{u}}{dt} \right)_{\mathcal{R}_0} = \left(\frac{d\vec{u}}{dt} \right)_{\mathcal{R}} + \vec{\Omega} \wedge \vec{u}$$

IV. Équiprojectivité

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{v_{A/S/\mathcal{R}}} = \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{v_{B/S/\mathcal{R}}}$$

V. Formules de transport

1. Transport de vitesses

$$\overrightarrow{v_{P/S/\mathcal{R}_0}} = \overrightarrow{v_{M/S/\mathcal{R}_0}} + \overrightarrow{PM} \wedge \overrightarrow{\Omega_{S/\mathcal{R}_0}}$$

2. Transport d'accélération

$$\overrightarrow{a_{P/S/\mathcal{R}_0}} = \overrightarrow{a_{M/S/\mathcal{R}_0}} + \left(\frac{d\overrightarrow{\Omega_{S/\mathcal{R}_0}}}{dt} \right)_{\mathcal{R}_0} \wedge \overrightarrow{MP} + \overrightarrow{\Omega_{S/\mathcal{R}_0}} \wedge (\overrightarrow{\Omega_{S/\mathcal{R}_0}} \wedge \overrightarrow{MP})$$

VI. Composition de vitesses et d'accélération

1. Composition de vitesses

$$\overrightarrow{v_a} = \overrightarrow{v_r} + \overrightarrow{v_e}$$

$$\overrightarrow{v_{M/S/\mathcal{R}_0}} = \overrightarrow{v_{M/S/\mathcal{R}}} + \overrightarrow{v(M \in \mathcal{R}/\mathcal{R}_0)}$$

$$\overrightarrow{v_e} = \overrightarrow{v(M \in \mathcal{R}/\mathcal{R}_0)} = \underbrace{\overrightarrow{v_{O'/\mathcal{R}/\mathcal{R}_0}}}_{=0 \text{ en rotation}} + \underbrace{\overrightarrow{\Omega} \wedge \overrightarrow{O'M}}_{=0 \text{ en translation}}$$

2. Composition d'accélération

$$\overrightarrow{a_a} = \overrightarrow{a_r} + \overrightarrow{a_e} + \overrightarrow{a_c}$$

$$\overrightarrow{a_c} = 2\overrightarrow{\Omega} \wedge \overrightarrow{v_{M/S/\mathcal{R}}}$$

$$\overrightarrow{a_e} = \underbrace{\overrightarrow{a_{O'/\mathcal{R}/\mathcal{R}_0}}}_{=0 \text{ en rotation si } O'=O} + \underbrace{\left(\frac{d\overrightarrow{\Omega}}{dt} \right)_{\mathcal{R}_0} \wedge \overrightarrow{O'M}}_{=0 \text{ si rotation uniforme de } \mathcal{R}/\mathcal{R}_0} + \underbrace{\overrightarrow{\Omega} \wedge (\overrightarrow{\Omega} \wedge \overrightarrow{O'M})}_{=0 \text{ en translation}}$$

VII. Roulement sans glissement

$$\overrightarrow{v_{g_{S_2/S_1}}} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{v_{I_{S_2/S_1}}} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{v_{I_{S_2/\mathcal{R}_0}}} = -\overrightarrow{v_{I_{S_1/\mathcal{R}_0}}}$$

VIII. Torseur cinématique

$$\{\mathcal{V}_{S/\mathcal{R}}\} = \left\{ \begin{array}{c} \overrightarrow{\Omega_{S/\mathcal{R}}} \\ \overrightarrow{v_{M/S/\mathcal{R}}} \end{array} \right\}_M$$